

**Классная работа** (изучи и запиши в тетради)

Ранее с вами научились

преобразовывать *рациональные* выражения. *Тождественные* преобразования, которые умеем выполнять: это приведение подобных слагаемых; раскрытие скобок; разложение на множители; приведение рациональных дробей к общему знаменателю. Также для преобразования рациональных выражений используют формулы сокращённого умножения.

**Преобразование рациональных выражений**

**Тождественные преобразования:**

- приведение подобных слагаемых;
- раскрытие скобок;
- разложение на множители;
- приведение рациональных дробей к общему знаменателю.

**Формулы сокращенного умножения:**

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Теперь же мы ввели новую операцию – *операцию извлечения квадратного корня*. Вы уже знаете, что *арифметическим квадратным корнем из числа  $a$*  называют неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .

## Извлечение квадратного корня:

- ✓ Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называется неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .
- ✓ Следствие из определения:
- ✓ Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.
- ✓ Корень из дроби, числитель которой неотрицателен, а знаменатель положителен, равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя.
- ✓ Чтобы извлечь корень из степени с четным показателем, достаточно представить подкоренное выражение в виде квадрата некоторого выражения и воспользоваться тождеством:
- ✓ Умножение и деление корней
- ✓ Вынесение множителя за знак корня
- ✓ Внесение множителя под знак корня

$$\sqrt{a}$$
$$\begin{cases} \sqrt{a} = b \\ a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b^2 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$
$$\begin{cases} a\sqrt{b} = a^2b \\ a \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b} \\ a < 0 \end{cases}$$

Используя эти формулы, можно выполнять различные преобразования выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня. Давайте рассмотрим примеры преобразований выражений, которые содержат квадратные корни.

**Задание:** упростите выражение.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 3\sqrt{80} - \sqrt{125} &= 2\sqrt{4 \cdot 5} - 3\sqrt{9 \cdot 5} + 3\sqrt{16 \cdot 5} - \sqrt{25 \cdot 5} = \\ &= 2\sqrt{2^2 \cdot 5} - 3\sqrt{3^2 \cdot 5} + 3\sqrt{4^2 \cdot 5} - \sqrt{5^2 \cdot 5} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{5} = \\ &= 4\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = \sqrt{5}(4 - 9 + 12 - 5) = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2a} - 2\sqrt{18a} + \sqrt{72a} &= \sqrt{2a} - 2\sqrt{3^2 \cdot 2a} + \sqrt{6^2 \cdot 2a} = \sqrt{2a} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2a} + 6 \cdot \sqrt{2a} = \\ &= \sqrt{2a} - 6\sqrt{2a} + 6\sqrt{2a} = \sqrt{2a} \end{aligned}$$

$$\text{а) } (\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{10} - \sqrt{7}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{7})^2 = 10 - 7 = 3$$

$$\text{б) } (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (\sqrt{6} + \sqrt{15})^2 - 6\sqrt{10} &= (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{15} + (\sqrt{15})^2 - 6\sqrt{10} = \\ &= 6 + 2\sqrt{90} + 15 - 6\sqrt{10} = \underline{6} + \underline{6\sqrt{10}} + \underline{15} - \underline{6\sqrt{10}} = 21 \end{aligned}$$

$$a) \frac{\sqrt{7}-7}{1-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(1-\sqrt{7})}{1-\sqrt{7}} = \sqrt{7}$$

$$4b = (2\sqrt{b})^2$$

$$2 = (\sqrt{2})^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$б) \frac{4b-2}{2\sqrt{b}-\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{b}-\sqrt{2})(2\sqrt{b}+\sqrt{2})}{2\sqrt{b}-\sqrt{2}} = 2\sqrt{b} + \sqrt{2}$$

Очень важное место в преобразовании выражений, содержащих квадратные корни, занимает избавление от иррациональности в знаменателе или числителе дроби. Можно рассмотреть это на простом примере.

**Например:** преобразуем дробь так, чтобы знаменатель не содержал квадратного корня.

Как сделать так, чтобы знаменатель дроби не содержал квадратный корень? Следует вспомнить основное свойство дроби: *если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то значение дроби не изменится*

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Обратите внимание, дробь  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  мы заменили тождественно равной ей дробью  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Причем, в знаменателе второй дроби нет знака корня. В таких случаях говорят, что мы *освободились от иррациональности в знаменателе дроби*.

**Задание:** освободиться от иррациональности в знаменателе дроби.

$$a) \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3}-3)\cdot\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3}-3)\cdot\sqrt{3}}{5(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{5\cdot 3} = \frac{6-3\sqrt{3}}{15} = \frac{\cancel{3}(2-\sqrt{3})}{\cancel{15}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5}$$

$$б) \frac{1+3\sqrt{a}}{2\sqrt{a}} = \frac{(1+3\sqrt{a})\cdot\sqrt{a}}{2\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}} = \frac{(1+3\sqrt{a})\cdot\sqrt{a}}{2(\sqrt{a})^2} = \frac{\sqrt{a}+3\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}{2a} = \frac{\sqrt{a}+3a}{2a}$$

$$в) \frac{1}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{m-n}$$

$$г) \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{6})(\sqrt{8}-\sqrt{6})}{(\sqrt{8}+\sqrt{6})(\sqrt{8}-\sqrt{6})} = \frac{\sqrt{16}-\sqrt{12}-\sqrt{48}+\sqrt{36}}{8-6} = \frac{10-6\sqrt{3}}{2} = \frac{\cancel{2}(5-3\sqrt{3})}{\cancel{2}} = 5 - 3\sqrt{3}$$

Для закрепления материала посмотреть видеоурок

[https://www.youtube.com/watch?v=0eN3m9pQO1s&feature=emb\\_logo](https://www.youtube.com/watch?v=0eN3m9pQO1s&feature=emb_logo)

Предлагаю пройти в онлайн-режиме тренировочный тест по ссылке

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/1975/train/#154977>

Ваша задача выполнить задания и прислать скрин с вашим результатом.

**Домашнее задание.**

**1. Прочитать п. 19, выучить правила**

1. Внесите множитель под знак корня:

а)  $5\sqrt{2}$  б)  $-7\sqrt{1\frac{1}{7}}$  в)  $\frac{1}{3}\sqrt{63}$

2. Вынесите множитель из-под знака корня и упростите

$$2\sqrt{18} + 5\sqrt{50} - \frac{1}{4}\sqrt{32} - 7\sqrt{2}$$

выражение:

. 3. Сократите дробь:

а)  $\frac{5-a^2}{\sqrt{5}-a}$  б)  $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{5}-\sqrt{15}}$

4. Вычислите:

а)  $(2\sqrt{3}-1)(3\sqrt{3}+5) - 7\sqrt{3}$

б)  $(2\sqrt{3}+5)^2 + (10-\sqrt{3})^2$

в)  $(\sqrt{14}-2\sqrt{3})(2\sqrt{3}+\sqrt{14}) + (-3\sqrt{5})^2$